

Development of an Analytical Model and Optimization Framework for the Performance of Truncated-Pyramid Steel Vertical Links in Structures Subjected to Cyclic Loading

Hassan. Nouranian¹, Ali. Kheyroddin^{2*}, Ali. Hemmati¹

¹ Department of Civil Engineering, Se.C., Islamic Azad University, Semnan, Iran

² Department of Structural Engineering, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

* Corresponding author email address: Kheyroddin@semnan.ac.ir

Article Info

ABSTRACT

Article type:

Original Research

How to cite this article:

Nouranian, H., Kheyroddin, A., & Hemmati, A. (2026). Development of an Analytical Model and Optimization Framework for the Performance of Truncated-Pyramid Steel Vertical Links in Structures Subjected to Cyclic Loading. *Decision Science and Intelligent Systems*. 3(3), 1-20.



© 2026 the authors. Published by KMAN Publication Inc. (KMANPUB), Ontario, Canada. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) License.

Steel vertical links are widely used as ductile shear fuses in vertical eccentrically braced frames (V-EBFs), dissipating seismic energy through controlled inelastic deformation while keeping the remaining structural members within the near-elastic range. Unlike prismatic beam-like links, which have been extensively investigated in previous studies, a practically relevant configuration employs a three-dimensional truncated-pyramid member whose circular cross-section varies continuously along the link height. Because the cross-sectional properties vary along the member axis, closed-form relationships developed for constant-section links cannot be directly applied. This study develops a dimensionless closed-form analytical framework for such variable-geometry links. First, the initial stiffness, yield force, and yield displacement are derived for a prismatic member with a constant annular cross-section. These relationships are then extended to the truncated-pyramid geometry by integrating the flexibility along the member axis and identifying the critical cross-section governing the onset of yielding. The post-yield response is represented by a three-region bilinear model, and dimensionless relationships are derived for the normalized force-displacement response, overstrength factor, energy dissipated per cycle, and equivalent viscous damping ratio, expressed solely in terms of the ductility demand and post-yield hardening ratio. A parametric evaluation of the derived relationships over a broad range of taper ratios demonstrates that approximating a truncated-pyramid member using its mean diameter systematically overestimates the initial stiffness compared with the exact solution for the variable geometry. An independent single-member finite element screening analysis of a circular truncated-pyramid specimen from the same cross-sectional category was also conducted. The stress and plastic strain fields concentrate at a critical cross-section, and the specimen exhibits a stable ductility ratio, both of which are consistent with the closed-form idealization. However, the screening specimen represents a different tapering subcase, characterized by a constant wall thickness, and lacks a documented force-transfer arm. The resulting closed-form framework can support the interpretation of experimental and finite element results, parametric design studies, and preliminary sizing of truncated-pyramid steel vertical links. The scope of the present study is limited to analytical derivation and internal consistency verification of the proposed framework.

Keywords: Steel vertical link; eccentrically braced frame; truncated-pyramid geometry; variable cross-section; nonlinear cyclic behavior; bilinear model; ductility; energy dissipation; equivalent viscous damping.

Extended Abstract

Introduction

Eccentrically braced frames (EBFs) constitute an effective seismic-resistant structural system by combining the high elastic stiffness of concentrically braced frames with the ductility and energy dissipation capacity of specially designed yielding links. These links concentrate inelastic deformation within predetermined structural regions, thereby reducing damage to surrounding beams, columns, and braces. Extensive experimental and analytical investigations have established the fundamental mechanical behavior, design requirements, and detailing principles of conventional horizontal shear links [1, 2]. Vertical eccentrically braced frames (V-EBFs) extend this concept by incorporating a separate vertical shear link between the apex of a chevron bracing system and the floor beam. This arrangement provides a replaceable seismic fuse that dissipates earthquake-induced energy while allowing the remaining structural components to operate predominantly within the elastic range [3, 4]. Unlike conventional beam-integrated links, vertical links can be manufactured using various geometrical configurations, including tubular, circular, and tapered cross-sections [5]. Previous analytical formulations have predominantly addressed prismatic wide-flange or tubular links with constant sectional properties, providing closed-form relationships for elastic stiffness, yield strength, and post-yield behavior [4–6]. However, these formulations cannot directly represent members whose sectional dimensions vary continuously along their longitudinal axes. Investigations of nonuniform metallic dampers have demonstrated that tapered and hourglass-shaped geometries can influence yielding distribution, plastic deformation, and cumulative energy dissipation [7, 8]. Similarly, tapered-flange moment connections have exhibited favorable plastic deformation patterns through controlled redistribution of yielding regions [9]. Nevertheless, a dedicated analytical framework for three-dimensional truncated-pyramid steel vertical links with continuously varying circular or annular cross-sections remains insufficiently developed. Such geometries require consideration of spatially variable sectional stiffness and the identification of a critical yielding section rather than reliance on a representative constant diameter. Accordingly, this study aimed to develop a closed-form, dimensionless analytical framework capable of predicting initial stiffness, yielding capacity, yield displacement, nonlinear force–displacement behavior, overstrength, energy dissipation, and equivalent viscous damping. It further sought to evaluate the accuracy of an equivalent prismatic approximation and establish relationships suitable for preliminary structural design and parametric performance assessment.

Methods and Materials

This study employed an analytical modeling approach supplemented by parametric numerical evaluation and independent finite element screening evidence. The investigated structural component was a steel vertical link with a truncated-pyramid geometry represented by a circular annular cross-section. Its external diameter varied linearly between the lower diameter (D_b) and upper diameter (D_t) , while the internal diameter (D_{in}) remained constant in the principal analytical formulation. The effective link height was denoted by (L) , and the external force was transferred through an effective lever arm (R_0) . Steel behavior was represented using a bilinear elastoplastic constitutive model incorporating post-yield kinematic hardening. The initial shear modulus was calculated as $(G=E/[2(1+\nu)])$, while the post-yield stiffness ratio was defined as $(\alpha=G^*/G)$. The von Mises yield criterion and an associated plastic flow rule were adopted. Initially, closed-form expressions for elastic stiffness, yield force, and

yield displacement were derived for a prismatic annular section using its polar moment of inertia. These relationships were subsequently generalized to the tapered member by integrating local flexibility along its longitudinal axis. Initial yielding was assigned to the critical section characterized by the minimum external diameter. The nonlinear response was represented through a three-region idealization accounting for elastic response, progressive sectional yielding, and post-yield hardening, with a bilinear approximation used to calculate normalized performance indices. Ductility demand, overstrength, dissipated energy per symmetric cycle, and equivalent viscous damping were formulated in dimensionless terms. A parametric assessment involving 2,000 randomly generated geometrical combinations was conducted to compare variable-section stiffness with the stiffness of an equivalent prismatic member using the mean external diameter. Independent finite element screening results obtained using ABAQUS were additionally examined. The screening program included 15 candidate three-dimensional link geometries. The relevant circular truncated-pyramid specimen had external diameters of 120 and 80 mm, a wall thickness of 5 mm, and a height of 100 mm. ST37 steel was represented using a yield stress of approximately 235 MPa, ultimate stress of 363 MPa, Young's modulus of 200 GPa, and Poisson's ratio of 0.30.

Findings

The analytical derivations demonstrated that the elastic stiffness of the variable-section link depends on the integrated flexibility of its continuously changing annular geometry rather than the stiffness of a single representative section. The onset of yielding was governed by the minimum-diameter cross-section, defined as $D_{min} = \min(D_b, D_t)$, confirming that the critical yielding location cannot reliably be established using the mean external diameter. For the prismatic annular reference section, the transition between outer-fiber and inner-fiber yielding was controlled by the geometric ratio $\lambda = D_{out}/D_{in}$, with inner-fiber yielding occurring when the ductility demand exceeded this threshold ($\mu > \lambda$). The parametric evaluation of 2,000 randomly generated geometrical combinations consistently produced stiffness ratios satisfying $k_{i,var}/k_{i,avg} \leq 1$. Consequently, the equivalent prismatic approximation based on the arithmetic mean diameter systematically overestimated initial stiffness within the investigated analytical domain. The normalized force–displacement relationships further demonstrated that, after normalization by yield force and yield displacement, the elastic response followed $P/P_y = \delta/\delta_y$, whereas the post-yield response followed $P/P_y = 1 + \alpha(\delta/\delta_y - 1)$. Accordingly, the normalized post-yield response depended principally on the hardening ratio α , independently of absolute sectional dimensions. The overstrength relationship was established as $\Omega = 1 + \alpha(\mu - 1)$, indicating a linear increase in overstrength with ductility demand, governed by the post-yield stiffness ratio. For symmetric bilinear cyclic loading, energy dissipation was expressed as $E_d = 4P_y(\delta_{max} - \delta_y)(1 - \alpha)$. The resulting equivalent viscous damping curves exhibited an initial increase with ductility, followed by a plateau or reduction at higher ductility levels depending on the hardening ratio. Another analytical finding was that yield rotation, defined as $\phi_y = \delta_y/R_0$, was independent of the effective force-transfer lever arm because this parameter canceled algebraically from the derived expression. The independent finite element screening provided complementary mechanical evidence. Initial stiffness values across the 15 candidate geometries ranged from approximately 1.0 to 9.2 kN/mm, while the circular truncated-pyramid specimen exhibited an initial stiffness of approximately 5.17 kN/mm. Its maximum von Mises stress reached approximately 296 MPa, exceeding the assumed steel yield stress of 235 MPa and confirming plastic yielding. Equivalent plastic strain concentrated near an

end cross-section, consistent with the critical-section yielding assumption. The specimen exhibited a yield displacement of 0.020 and an ultimate displacement of 0.050 in the screening model's displacement units, corresponding to a ductility ratio of $\mu = 0.050/0.020 \approx 2.50$. Its reported dissipated energy per cycle was approximately $E_d = 3.23 \text{ kN}\cdot\text{m}$, with a relative energy coefficient of $\eta E \approx 6.62$. These observations supported the qualitative plausibility of the analytical idealization, although they did not constitute direct quantitative validation of the proposed variable-section equations.

Discussion and Conclusion

The findings establish a coherent analytical basis for assessing the mechanical performance of truncated-pyramid steel vertical links under idealized cyclic loading. The principal contribution is the extension of conventional constant-section link theory to continuously varying annular geometries through direct integration of member flexibility. This extension is important because replacing a tapered member with an equivalent prismatic section based on its mean diameter introduces a systematic overestimation of elastic stiffness within the investigated formulation. The critical-section approach also provides a rational basis for identifying the onset of yielding and estimating initial strength from the minimum external diameter. Furthermore, the dimensionless formulation clarifies the relationships among geometric characteristics, ductility demand, post-yield hardening, overstrength, and energy dissipation. The independence of normalized post-yield response from absolute sectional dimensions facilitates comparative performance evaluation, while the derived expressions for equivalent damping provide a basis for examining energy dissipation efficiency under different deformation demands. The algebraic independence of yield rotation from the force-transfer lever arm offers an additional simplification for rotation-based performance assessments. The independent finite element screening results were qualitatively consistent with the analytical assumptions concerning critical-section yielding and stable ductility. Nevertheless, important limitations restrict the current framework's direct application to final structural design. The analytical model assumes small deformations, a constant internal diameter, bilinear kinematic hardening, and unchanged force-transfer geometry, without explicitly considering strain-rate effects, cyclic degradation, or low-cycle fatigue. Moreover, the finite element screening specimen employed constant wall thickness, meaning that both internal and external diameters varied, unlike the fixed-internal-diameter analytical model. The screening model also lacked a documented effective force-transfer arm. Consequently, direct quantitative validation requires reformulation for the constant-wall-thickness configuration and determination of the corresponding loading mechanism. Overall, the proposed framework provides a computationally efficient foundation for preliminary sizing, analytical interpretation, and parametric evaluation of tapered steel vertical links. Future research should establish independent numerical and experimental validation, investigate the influence of taper ratio, wall thickness, link height, and internal-diameter variation, and assess the applicability of the analytical relationships under realistic cyclic loading and structural boundary conditions.

توسعه مدل تحلیلی و چارچوب بهینه سازی عملکرد لینک های قائم فولادی با هندسه هرم ناقص در سازه های تحت بارگذاری چرخه ای

حسن نورانیان^۱، علی خیرالدین^۲، علی همتی^۱

۱. گروه مهندسی عمران، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
۲. گروه مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

*ایمیل نویسنده مسئول: Kheyroddin@semnan.ac.ir

اطلاعات مقاله

چکیده

نوع مقاله

پژوهشی/اصیل

نحوه استناد به این مقاله:

نورانیان، حسن، خیرالدین، علی، و همتی، علی. (۱۴۰۵). توسعه مدل تحلیلی و چارچوب بهینه سازی عملکرد لینک های قائم فولادی با هندسه هرم ناقص در سازه های تحت بارگذاری چرخه ای. علم تصمیم گیری و سیستم های هوشمند، ۳(۳)، ۲۰-۱.



© ۱۴۰۵ تمامی حقوق انتشار این مقاله متعلق به نویسنده است. انتشار این مقاله به صورت دسترسی آزاد مطابق با گواهی (CC BY-NC 4.0) صورت گرفته است.

لینک های قائم فولادی به طور گسترده به عنوان فیوز برشی شکل پذیر در قاب های مهاربندی خارج از مرکز قائم (V-EBF) به کار می روند و با تغییر شکل غیرالاستیک کنترل شده، انرژی زلزله را مستهلک می کنند، در حالی که سایر اعضای سازه در محدوده نزدیک به الاستیک باقی می مانند. برخلاف لینک های تیرمانند منشوری که در پیشینه پژوهشی به طور گسترده بررسی شده اند، گونه ای با کاربرد عملی از یک عضو سه بعدی هرم ناقص استفاده می کند که مقطع دایروی آن به طور پیوسته در امتداد ارتفاع لینک تغییر می کند. از آنجا که خواص مقطع در امتداد طولی متغیر است، روابط بسته توسعه یافته برای لینک های با مقطع ثابت مستقیماً قابل استفاده نیستند. در این پژوهش یک چارچوب تحلیلی بسته و بی بعد برای چنین لینک هایی با هندسه متغیر توسعه داده شده است. ابتدا سختی اولیه، نیروی تسلیم و تغییر مکان تسلیم برای مقطع حلقوی ثابت (منشوری) استخراج می شوند و سپس با انتگرال گیری از انعطاف پذیری در امتداد محور عضو و تعیین مقطع بحرانی حاکم بر آغاز تسلیم، به هندسه هرم ناقص تصمیم داده می شوند. پاسخ پس از تسلیم در قالب یک مدل سه ناحیه ای دوخطی بیان شده و روابط بی بعد برای پاسخ نیرو-تغییر مکان نرمال شده، ضریب مقاومت اضافی، انرژی مستهلک شده هر سیکل و نسبت میرایی ویسکوز معادل، تنها بر حسب شکل پذیری تقاضا و نسبت سخت شوندگی پس از تسلیم به دست می آیند. ارزیابی پارامتریک روابط استخراج شده در محدوده وسیعی از نسبت های مخروطی شدگی نشان می دهد که ایده آل سازی عضو هرم ناقص با قطر میانگین آن، به طور نظام مند سختی اولیه را نسبت به جواب دقیق هندسه متغیر بیش برآورد می کند. غربالگری مستقل اجزای محدود تک عضوی یک نمونه هرم ناقص دایروی از همان رده مقطع، نیز بررسی شده است: میدان های تنش و کرنش پلاستیک در یک مقطع بحرانی متمرکز می شوند و نمونه یک نسبت شکل پذیری پایدار نشان می دهد که هر دو با ایده آل سازی بسته سازگارند، هر چند نمونه غربالگری از نظر زیر حالت مخروطی شدگی (ضخامت جداره ثابت) متفاوت است و فاقد بازوی انتقال نیروی مستند شده است؛ چارچوب بسته حاصل می تواند در تفسیر نتایج آزمایشگاهی و اجزای محدود، مطالعات پارامتریک طراحی و اندازه گذاری اولیه لینک های قائم هرم ناقص مورد استفاده قرار گیرد. دامنه پژوهش حاضر به استخراج تحلیلی و صحت سنجی درونی (بسته) آن محدود است.

کلیدواژگان: لینک قائم فولادی؛ قاب مهاربندی خارج از مرکز؛ هندسه هرم ناقص؛ مقطع متغیر؛ رفتار غیرخطی چرخه ای؛ مدل دوخطی؛ شکل پذیری؛ استهلاک انرژی؛ میرایی ویسکوز معادل.

۱. مقدمه

۱.۱. پیشینه و انگیزه پژوهش

قاب‌های مهاربندی خارج از مرکز (EBF) سختی الاستیک مهاربندی هم‌محور را با منبعی قابل اعتماد و پذیرفته‌شده در آیین‌نامه‌ها برای شکل‌پذیری، که در یک قطعه کوتاه تیر موسوم به لینک متمرکز شده، ترکیب می‌کنند. سینماتیک، نیروهای طراحی و ضوابط جزئیات لینک‌های افقی (تیرمانند) از طریق مطالعات گسترده آزمایشگاهی و تحلیلی در دانشگاه کالیفرنیا، برکلی تدوین شده و همچنان مبنای ضوابط طراحی کنونی است [۱،۲].

پیکربندی مرتبط دیگر، قاب مهاربندی خارج از مرکز قائم (EBF-V)، یک لینک برشی قائم مجزا را میان رأس مهاربند شورونی و تیر کف قرار می‌دهد. لینک قائم به‌عنوان یک فیوز لرزه‌ای قابل تعویض عمل می‌کند: تغییرشکل غیرالاستیک و استهلاک انرژی در آن متمرکز می‌شود، در حالی که تیرها، ستون‌ها و مهاربندها به‌گونه‌ای ابعادبندی می‌شوند که اساساً الاستیک باقی بمانند [۳،۴]. از آنجا که لینک قائم عضوی مجزا و غالباً پیش‌ساخته است نه بخشی از یک تیر نورد شده، مقطع آن محدود به مقاطع استاندارد بال‌پهن نیست و در پژوهش و عمل، اعضای با مقطع دایروی، لوله‌ای یا مخروطی نیز مورد توجه قرار گرفته‌اند [۵].

۱.۲ مدل‌های تحلیلی پیشین برای لینک‌های برشی

مدل‌های تحلیلی بسته برای سختی، مقاومت تسلیم و پاسخ پس از تسلیم لینک‌های برشی، برای مقاطع بال‌پهن و لوله‌ای منشوری توسعه داده شده‌اند [۴،۵،۶] و روابط طراحی‌محوری ارائه می‌دهند که نیاز به تحلیل اجزای محدود مورد به مورد را کاهش می‌دهند. این فرمول‌بندی‌ها عموماً مقطع ثابت در طول لینک را فرض می‌کنند، به‌طوری‌که سختی قطبی یا برشی تنها یک بار در هر مقطع از عضو قابل محاسبه است.

برای اعضای که مقطع آن‌ها با موقعیت تغییر می‌کند، این فرض دیگر برقرار نیست. در میراگرهای هیستریزیس صفحه‌ای، نشان داده شده که هندسه‌های نواری غیریکنواخت (مخروطی یا ساعت‌شنی‌شکل) توزیع تسلیم را در طول عضو یکنواخت‌تر می‌کنند و استهلاک انرژی جمعی را نسبت به نوارهای منشوری با ابعاد اسمی یکسان بهبود می‌بخشند [۷،۸]. روابط بسته برای سختی الاستیک، ظرفیت برشی و تغییرمکان تسلیم میراگرهای با هندسه شیار غیریکنواخت نیز با انتگرال‌گیری از انعطاف‌پذیری موضعی در طول نوار استخراج شده‌اند [۷]. اثر مشابهی از مخروطی‌شدگی کنترل‌شده بر محل و پایداری ناحیه تسلیم (مفصل پلاستیک) برای اتصالات گشتاوری با بال مخروطی گزارش شده است، جایی که تسلیم گسترده در ناحیه مخروطی و دور از بر ستون متمرکز شده است [۹]. لینک‌های برشی لوله‌ای نیز به‌صورت تحلیلی و آزمایشگاهی بررسی شده‌اند و مدل‌های بسته لینک را فراتر از مقطع بال‌پهن گسترش داده‌اند [۶].

۱.۳ خلاصه پژوهشی و اهداف

مطالعات یادشده یا به لینک‌های سه‌بعدی منشوری (بال‌پهن یا لوله‌ای) پرداخته‌اند یا به میراگرهای صفحه‌ای غیریکنواخت (صفحات شیاردار، بال‌های مخروطی). تاکنون، طبق اطلاع نویسندگان، یک لینک قائم سه‌بعدی از نوع جسم دوار با مقطع دایروی (یا حلقوی) که به‌طور پیوسته در امتداد ارتفاع به شکل هرم ناقص تغییر می‌کند، با یک مدل تحلیلی بسته اختصاصی بررسی نشده است. این هندسه از منظر کاربردی حائز اهمیت است، زیرا مخروطی‌شدگی پیوسته سختی و مقاومت را در طول ارتفاع عضو توزیع می‌کند و می‌تواند به‌صورت یک پوسته مخروطی یا قطعه فورج‌شده یکپارچه ساخته شود؛ اما در عین حال به این معناست که سختی اولیه و محل آغاز تسلیم توسط یک انتگرال در طول عضو کنترل می‌شود، نه یک خاصیت مقطعی منفرد.

مقاله حاضر چنین چارچوب بسته‌ای را توسعه می‌دهد. با آغاز از روابط مقطع ثابت، سختی اولیه از طریق انتگرال‌گیری انعطاف‌پذیری موضعی به هندسه متغیر تعمیم داده می‌شود و نیروی تسلیم به مقطع بحرانی (کمینه قطر) مرتبط می‌شود. سپس پاسخ در قالب بی بعد بیان می‌شود، به‌طوری‌که رفتار پس از تسلیم، مقاومت اضافی، انرژی مستهلک‌شده و میرایی معادل تنها به شکل‌پذیری تقاضا و نسبت سختی پس از تسلیم وابسته باشند و مستقل از مقیاس مطلق لینک. روابط حاصل برای پشتیبانی از تفسیر نتایج عددی و آزمایشگاهی، مطالعات پارامتریک طراحی و اندازه‌گذاری اولیه لینک‌های قائم هرم ناقص در نظر گرفته شده‌اند؛ شواهد مستقل حاصل از غربالگری اجزای محدود برای همان رده هندسی مقطع در بخش ۴ ارائه شده است.

۲. هندسه و مدل مکانیکی

لینک قائم دارای ارتفاع مؤثر L است. قطر خارجی آن در امتداد ارتفاع از D_b در یک انتها به D_t در انتهای دیگر تغییر می‌کند و از هندسه هرم ناقص عضو اصلی پیروی می‌کند؛ قطر داخلی D_{in} در چارچوب تحلیلی ثابت در نظر گرفته شده است. نیروی اعمالی به لینک از طریق بازوی مؤثر انتقال نیرو $R \cdot 0$ منتقل می‌شود که نیروی اعمالی را به گشتاور مؤثر وارد بر مقاطع لینک مرتبط می‌سازد (شکل ۱).



شکل ۱. هندسه شماتیک لینک قائم با مقطع متغیر هرم ناقص و پارامترهای هندسی

در استخراج روابط بسته، تغییر طول بازوی مؤثر با تغییر شکل نسبت به مقدار اولیه آن ناچیز فرض می‌شود، سازگار با فرض سینماتیکی تغییر شکل‌های کوچک. این ایده‌آل‌سازی برای محدوده تغییر مکانی که منحنی ظرفیت بسته برای آن در نظر گرفته شده مناسب است و در بخش محدودیت‌ها (بخش ۱۲) بیشتر بحث می‌شود.

۳. مدل مصالح و ایده‌آل‌سازی دوخطی

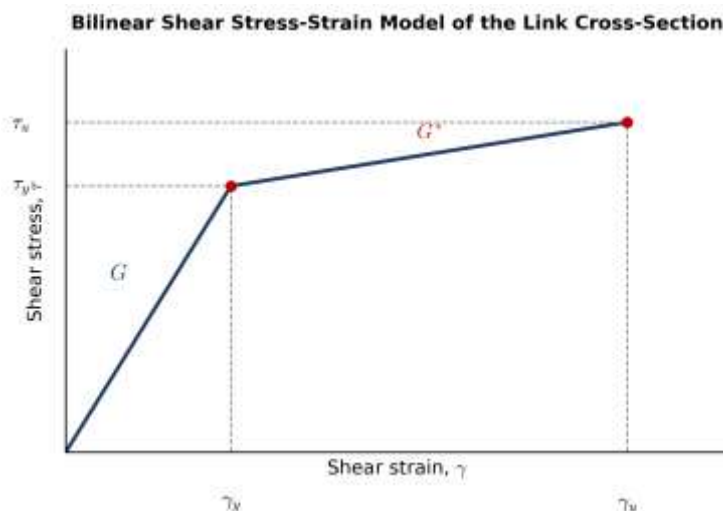
رفتار مصالح فولادی با یک مدل الاستوپلاستیک دوخطی همراه با سخت‌شوندگی جنبشی پس از تسلیم بیان می‌شود. مدول برشی الاستیک از رابطه ایزوتروپ استاندارد به دست می‌آید:

$$(1) \quad [(\nu+1)^2] / E = G$$

و نسبت سختی پس از تسلیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(2) \quad G/G^* = \alpha$$

که در آن G^* مدول برشی پس از تسلیم (سخت‌شوندگی) است (شکل ۲).



شکل ۲. نمایش شماییک رابطه دوخطی تنش برشی- کرنش برشی مورد استفاده در ایده‌آل‌سازی مصالح، با تعریف مدول اولیه G و مدول پس از تسلیم G^*

معیار تسلیم فون میسز به عنوان معیار آغاز تسلیم پذیرفته شده است، سازگار با دقت شناخته‌شده آن در پیش‌بینی رفتار اعضای فولادی شکل‌پذیر تحت تنش چندمحوره و مدل مصالح استفاده‌شده در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود رساله مبنا [۱۰]. یک قانون جریان پلاستیک از نوع وابسته برای تغییر شکل پلاستیک فرض شده است.

۴. شواهد مستقل غربالگری اجزای محدود

برای فراهم کردن زمینه‌ای مستقل برای فرضیات مدل‌سازی بخش ۳ و بخش‌های ۴-۵، این بخش نتایج یک مطالعه غربالگری اجزای محدود تک‌عضوی گزارش شده را جمع‌بندی می‌کند که در آن پانزده هندسه لینک سه‌بعدی نامزد (شامل اشکال مخروط ناقص دایروی، بیضوی و هرم ناقص مستطیلی) به طور مجزا در نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی و تحت بارگذاری چرخه‌ای قرار گرفتند تا انتخاب هندسه‌ها برای مطالعات بعدی را پشتیبانی کنند. نتایج زیر مربوط به نمونه‌ای است که مقطع آن با رده هندسی بررسی شده به صورت تحلیلی در این مقاله مطابقت دارد: یک مخروط ناقص توخالی دایروی.

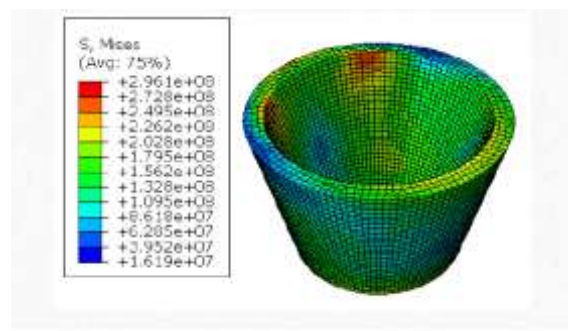
۴.۱ مدل اجزای محدود و مبنای صحت‌سنجی

مصالح فولادی به صورت ST۳۷ با تنش تسلیم $F_y \approx 235$ مگاپاسکال، تنش نهایی $F_u \approx 363$ مگاپاسکال، مدول یانگ $E = 200$ گیگاپاسکال و ضریب پواسون $\nu = 0.30$ مدل‌سازی شد، با استفاده از معیار تسلیم فون میسز همراه با سخت‌شوندگی جنبشی که با ایده‌آل‌سازی مصالح پذیرفته‌شده در بخش ۳ سازگار است. رویکرد کلی مدل‌سازی در ABAQUS (نوع المان، مش و روش حل چرخه‌ای) در برابر یک

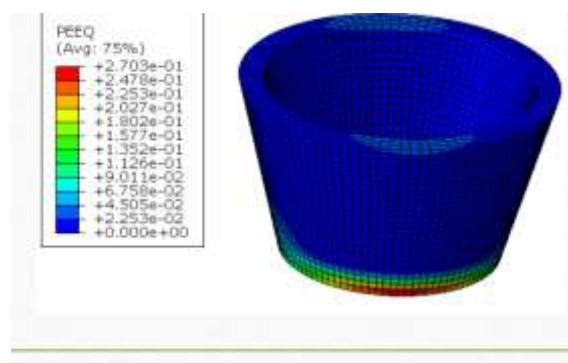
معیار آزمایشگاهی مستقل برای یک میراگر تسلیمی با مکانیزم پیچشی خالص پیش از کاربرد آن برای هندسه‌های نامزد لینک صحت‌سنجی شده است.

۴.۲ توزیع تنش و کرنش در نمونه هرم ناقص دایروی

برای نمونه مخروط ناقص توخالی دایروی (قطرهای خارجی ۱۲۰ و ۸۰ میلی‌متر، ضخامت جداره ۵ میلی‌متر، ارتفاع ۱۰۰ میلی‌متر)، میدان تنش فون‌میسز به بیشینه‌ای در حدود ۲۹۶ مگاپاسکال رسید که از F_y فراتر است و تسلیم نمونه را تأیید می‌کند، در حالی که میدان کرنش پلاستیک معادل (PEEQ) در نزدیکی یک مقطع انتهایی از عضو متمرکز شد، نه به صورت دلخواه در طول ارتفاع آن (شکل‌های ۳-۴). این الگو با معیار تسلیم بحرانی پذیرفته‌شده در بخش ۵ سازگار است، که در آن آغاز تسلیم به مقطع کمینه قطر مرتبط می‌شود، نه یک مقطع اسمی ثابت.



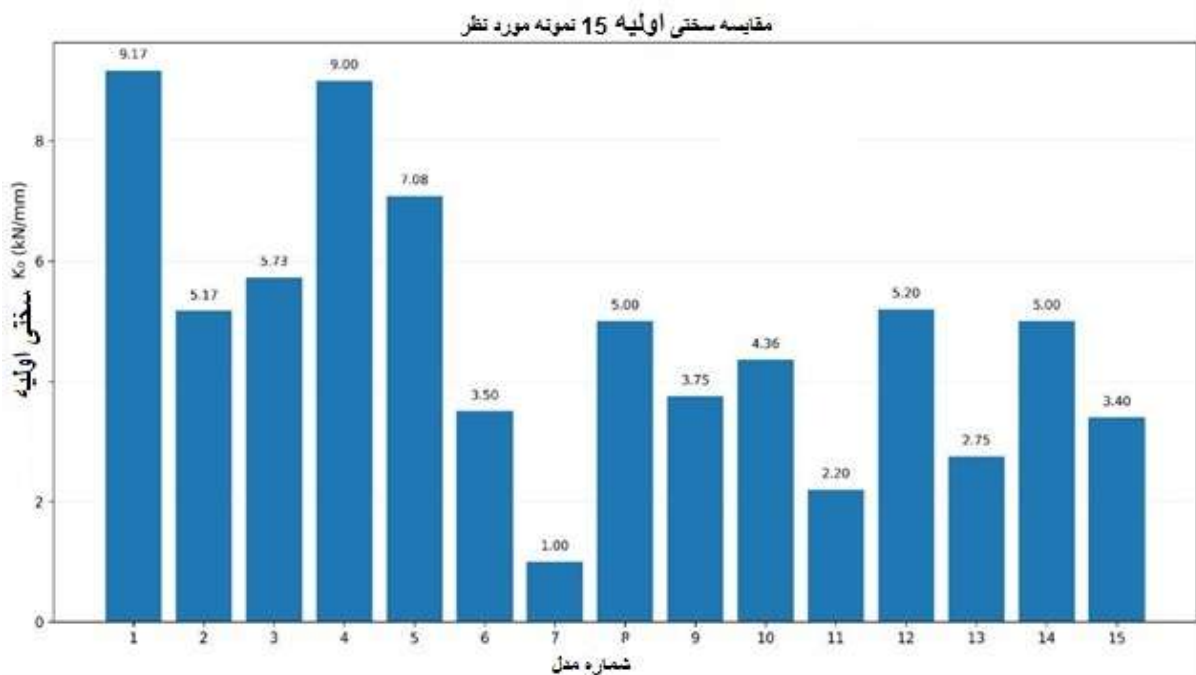
شکل ۳. کانتور تنش فون‌میسز نمونه هرم ناقص دایروی (غربالگری مستقل اجزای محدود تک‌عضوی، رساله مبنا [۱۰])؛ بیشینه تنش در حدود ۲۹۶ مگاپاسکال، تسلیم نمونه را تأیید می‌کند.



شکل ۴. کانتور کرنش پلاستیک معادل (PEEQ) همان نمونه، با تمرکز در نزدیکی یک مقطع انتهایی (بحرانی)، سازگار با فرض مقطع بحرانی بخش ۶.

۴.۳ سختی، شکل‌پذیری و انرژی مستهلک‌شده

در میان پانزده هندسه نامزد غربالگری‌شده، مقادیر سختی اولیه K از حدود ۱۰ تا ۹۰۲ کیلونیوتن بر میلی‌متر گزارش شد (شکل ۵)؛ برای نمونه هرم ناقص دایروی، $K \approx ۵.۱۷$ کیلونیوتن بر میلی‌متر. جدول ۱ شاخص‌های شکل‌پذیری و انرژی گزارش‌شده برای همان نمونه را جمع‌بندی می‌کند.



شکل ۵. سختی اولیه K_0 حاصل از غربالگری مستقل اجزای محدود تک‌عضوی پانزده هندسه نامزد لینک (رساله مبنا [۱۰])؛ نمونه هرم ناقص دایروی (شماره ۲) دارای $K_0 \approx 5.17$ کیلونیوتن بر میلی‌متر است. جدول ۱. شاخص‌های شکل‌پذیری و انرژی گزارش‌شده برای نمونه غربالگری هرم ناقص دایروی [۱۰].

کمیت	مقدار گزارش‌شده
سختی اولیه، K_0	≈ 5.17 کیلونیوتن بر میلی‌متر
تغییر مکان تسلیم، Δy	۰.۰۲۰ (واحدهای مدل غربالگری)
تغییر مکان نهایی، Δu	۰.۰۵۰ (واحدهای مدل غربالگری)
نسبت شکل‌پذیری، μ	≈ 2.50
انرژی جذب‌شده هر سیکل، E_d	≈ 3.23 کیلونیوتن‌متر
ضریب انرژی نسبی، ηE	≈ 6.62

۵. روابط بسته برای مقطع ثابت (منشوری)

به‌عنوان مبنایی برای فرمول‌بندی هندسه متغیر، ابتدا روابط مربوط به یک مقطع حلقوی ثابت استخراج می‌شود. ممان قطبی مقطع

برابر است با:

$$(3) \quad 32/(\epsilon^2 D_{in} - \epsilon^2 D_{out})\pi = J$$

با ترکیب سختی پیچشی/برشی مقطع با سازوکار انتقال نیرو، سختی اولیه به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$(4) \quad (L \cdot \epsilon^2 R \cdot 32) / (\epsilon^2 D_{in} - \epsilon^2 D_{out}) \cdot G \cdot \pi \cdot n = k_i$$

نیروی متناظر با آغاز تسلیم در تار خارجی برابر است با:

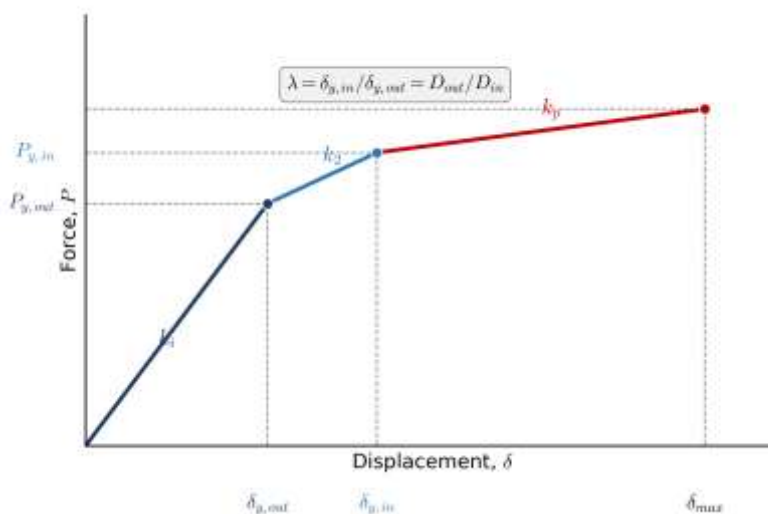
$$(5) \quad (D_{out} \cdot R \cdot \sqrt{16}) / F_y (\epsilon^2 D_{in} - \epsilon^2 D_{out}) \cdot \pi \cdot n = \sigma_{out} P_y$$

و مرزهای تغییر مکان تسلیم متناظر با تسلیم الیاف خارجی و داخلی به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$(6a) \quad (D_{out} \cdot E \cdot \sqrt{16}) / F_y (\nu + 1) \cdot R \cdot L \cdot \epsilon^4 = \sigma_{out} \delta_y$$

$$(6b) \quad (D_{in} \cdot E \cdot \sqrt{16}) / F_y (\nu + 1) \cdot R \cdot L \cdot \epsilon^4 = \sigma_{in} \delta_y$$

Trilinear Capacity Curve: Sequential Yielding of Outer and Inner Fibers



شکل ۶. منحنی ظرفیت سه خطی که تسلیم متوالی الیاف خارجی و داخلی مقطع حلقوی ثابت را نشان می دهد (out, δ_y) و (in, δ_y).

نسبت دو مرز تغییر مکان،

$$(7) \quad D_{in} / D_{out} = out, \delta_y / in, \delta_y = \lambda$$

یک نسبت صرفاً هندسی است که پهنای ناحیه گذار از آغاز تسلیم تا تسلیم کامل مقطع را کنترل می کند.

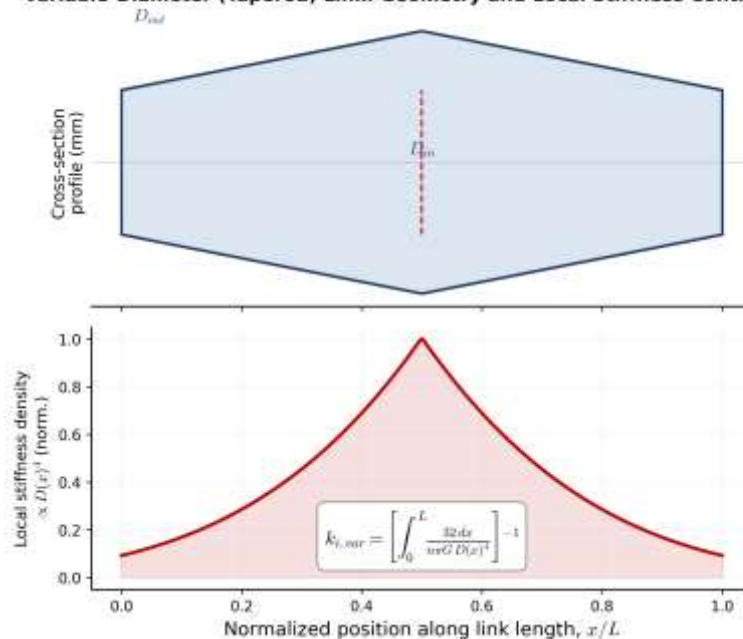
۵.۱. تعمیم به هندسه متغیر (هرم ناقص)

برای هندسه هرم ناقص، قطر خارجی به صورت تابعی خطی از مختصه طولی Z (با $H \geq Z \geq 0$) تعریف می شود:

$$(8) \quad H/Z \cdot (D_b - D_t) + D_b = (Z)D$$

در نتیجه ممان قطبی و سختی موضعی توابعی از Z هستند.

Variable-Diameter (Tapered) Link: Geometry and Local Stiffness Contribution



شکل ۷. تغییر قطر خارجی در امتداد ارتفاع لینک و سهم هر مقطع موضعی در سختی کل عضو.

با انتگرال‌گیری از انعطاف‌پذیری موضعی $[Z]J \cdot G / 1$ در طول ارتفاع عضو، سختی اولیه دقیق لینک با هندسه متغیر، var, k_i ، حاصل می‌شود. این فرمول‌بندی انتگرالی از جایگزینی هندسه واقعی مخروطی با یک مقطع نماینده منفرد (مانند مقطع میانگین) جلوگیری می‌کند.

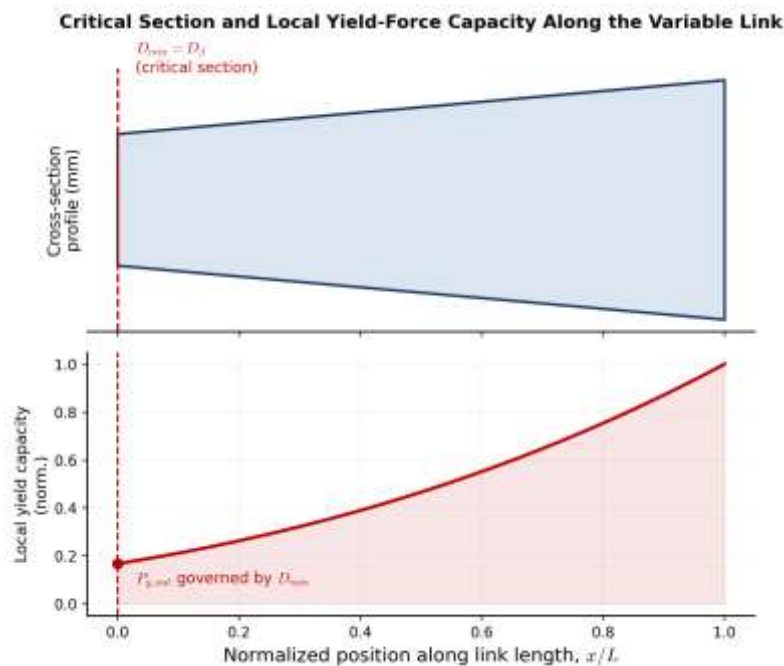
شکل ۷ نشان می‌دهد در لینک با قطر متغیر، بیشترین سهم سختی از میانه عضو (قطر بزرگ‌تر) تأمین می‌شود، نه از انتهای باریک‌تر. به عبارت دیگر، در هندسه متغیر، آغاز تسلیم توسط مقطع بحرانی (کمینه قطر) کنترل می‌شود، نه یک قطر خارجی ثابت. با تعریف

$$(9) \quad (D_t, D_b)_{min} = D_{min}$$

نیروی تسلیم لینک با هندسه متغیر، var, P_y ، در این مقطع بحرانی ارزیابی می‌شود و تغییر مکان تسلیم متناظر از سختی دقیق به

دست می‌آید:

$$(10) \quad var, k_i / var, P_y = var, \delta_y$$



شکل ۸. مقطع بحرانی و روند تغییر ظرفیت تسلیم موضعی در طول لینک با هندسه متغیر هرم ناقص.

شکل ۸ به وضوح نشان می‌دهد ظرفیت تسلیم لینک با قطر متغیر همواره توسط نازک‌ترین مقطع (D_{min}) کنترل می‌شود، نه میانگین مقطع. این نتیجه یک بینش طراحی مستقیم دارد: در لینک قائم هرم ناقص، تسلیم همواره از نازک‌ترین انتهای عضو آغاز می‌شود؛ بنابراین کنترل ظرفیت تسلیم اولیه سازه باید بر مبنای D_{min} ، نه بر مبنای قطر متوسط یا قطر پایه، صورت گیرد.

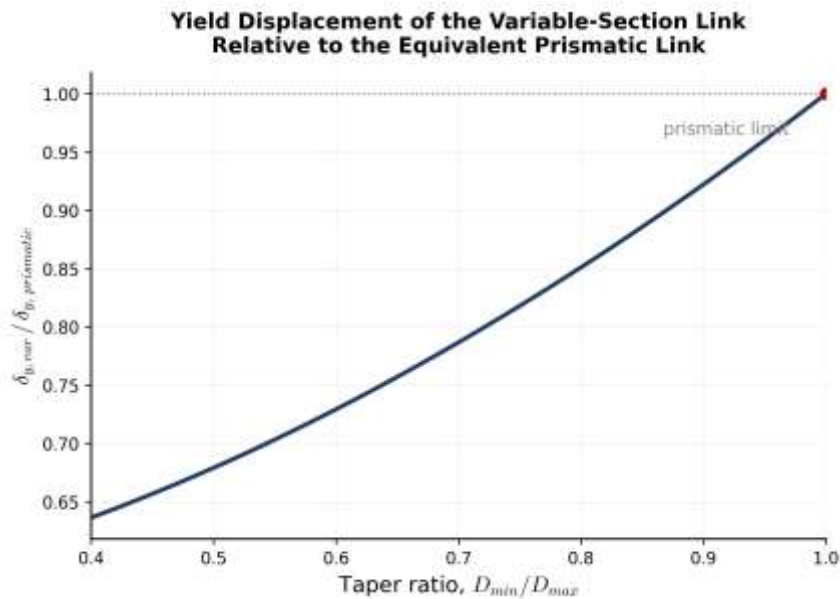
۶. مقایسه با ایده‌آل‌سازی منشوری معادل (قطر میانگین)

یکی از ساده‌سازی‌های متداول، جایگزینی عضو مخروطی با یک مقطع منشوری با قطر میانگین است:

$$(11) \quad 2 / (D_t + D_b) = D_{avg}$$

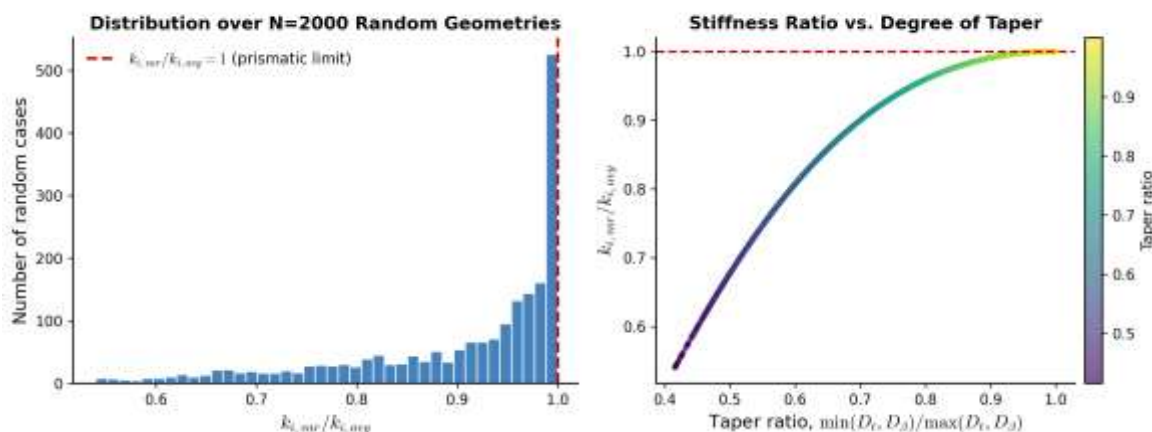
و محاسبه سختی avg, k_i از رابطه مقطع ثابت (رابطه ۴) با استفاده از D_{avg} . برای تعیین کمی خطای ناشی از این ایده‌آل‌سازی،

نسبت $avg, k_i / var, k_i$ مستقیماً از روابط بسته، در محدوده‌ای وسیع و تصادفی از نسبت‌های مخروطی‌شدگی ($N = 2000$ ترکیب از D_t, D_b و L در محدوده‌های نماینده) ارزیابی شد. که این نتیجه می‌تواند بعنوان یک ارزیابی پارامتریک دو رابطه بسته در برابر یکدیگر شناخته شود.



شکل ۹. نسبت تغییر مکان تسلیم لینک با مقطع متغیر به لینک منشوری معادل، در برابر نسبت مخروطی شدگی (مقایسه بر مبنای روابط بسته).

Monte Carlo Verification: $k_{i, var} \leq k_{i, avg}$ for All Random Geometries



شکل ۱۰. ارزیابی پارامتریک $avg, ki / var, ki$ در $N = 2000$ ترکیب هندسی تصادفی (چپ) و روند متناظر آن با نسبت مخروطی شدگی (راست)؛ هر دو نمودار مستقیماً از روابط (۴)، (۹) و (۱۰) تولید شده‌اند و هیچ داده عددی یا آزمایشگاهی خارجی در آن‌ها دخیل نیست.

در بررسی بیش از ۲۰۰۰ حالت هندسی تصادفی، نسبت $avg, ki / var, ki$ بدون هیچ استثنایی همواره کوچک‌تر یا مساوی یک باقی ماند. به بیان دیگر، لینک قائم با هندسه واقعی هرم ناقص همواره نرم‌تر از یک لینک منشوری فرضی با قطر میانگین ساده است و هرگز سخت‌تر از آن نیست که این نتیجه با نامساوی ینسن سازگار است. در محدوده نمونه‌برداری شده، رابطه $avg, ki / var, ki \geq 1$ به‌طور پیوسته برقرار بود که نشان می‌دهد ایده‌آل‌سازی قطر میانگین به‌طور نظام‌مند سختی اولیه را نسبت به جواب دقیق هندسه متغیر بیش‌برآورد می‌کند. این کران باید به‌عنوان خاصیتی از مدل بسته استخراج‌شده در بخش‌های ۴ و ۵ برای مخروطی‌شدگی خطی و شرایط مرزی فرض‌شده در نظر گرفته شود، نه یک ضریب تجربی عمومی قابل تعمیم به همه هندسه‌ها یا پیکربندی‌های مصالح ممکن.

۷. پاسخ بی بعد نیرو-تغییر مکان

با تعریف شکل‌پذیری تقاضا به صورت

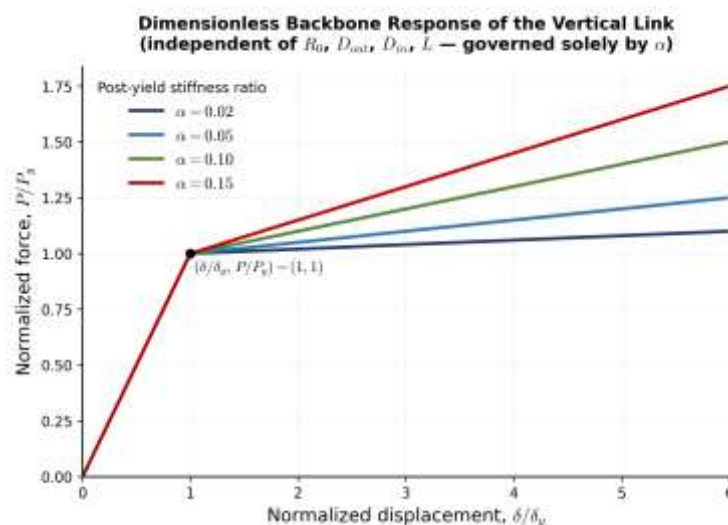
$$(۱۲) \quad \delta_y / \delta_{\max} = \mu$$

پاسخ نرمال شده در شاخه الاستیک برابر است با

$$(۱۳الف) \quad \delta_y / \delta = P_y / P$$

و در شاخه پس از تسلیم:

$$(۱۳ب) \quad (1 - \delta_y / \delta) \alpha + 1 = P_y / P$$



شکل ۱۱. پاسخ اسکلت بی بعد لینک قائم بر حسب تغییر مکان نرمال شده، برای مقادیر نماینده نسبت سخت‌شوندگی α .

منحنی‌ها مستقیماً از روابط (۱۳الف)-(۱۳ب) محاسبه شده‌اند.

لذا براساس نمودارهای شکل ۱۱، بعنوان یک یافته کلیدی می‌توان گفت: پاسخ بی‌بعد لینک قائم مستقل از ابعاد مطلق مقطع (R, D_{out}, D_{in}, L) است و تنها به یک پارامتر، نسبت سخت‌شوندگی α ، بستگی دارد. مزیت فرم بی بعد آن است که مقیاس مطلق هندسه و نیرو از شکل پاسخ حذف می‌شود و نسبت سختی پس از تسلیم α به‌عنوان پارامتر اصلی کنترل‌کننده شکل منحنی اسکلت باقی می‌ماند.

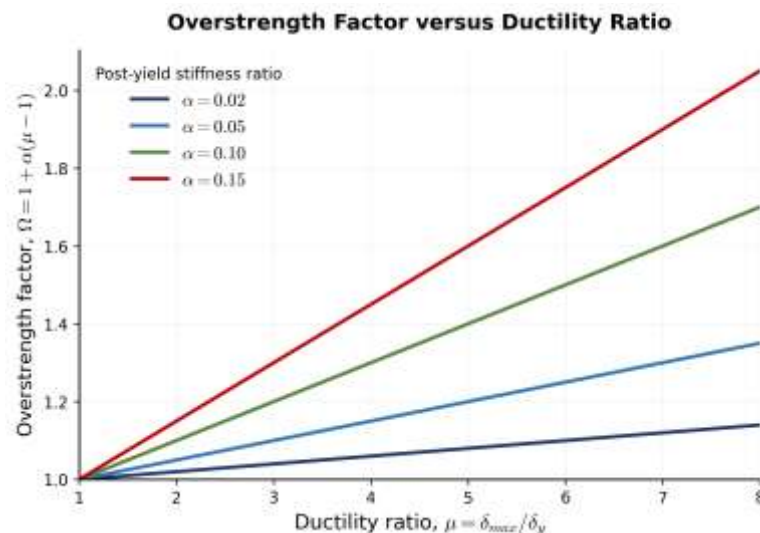
۸. شاخص‌های عملکردی

۸.۱ ضریب مقاومت اضافی

ضریب مقاومت اضافی به صورت $P_y / P_u = \Omega$ تعریف می‌شود و برای مدل دوخطی ایده‌آل، مستقیماً بر حسب شکل‌پذیری تقاضا بیان

می‌شود:

$$(۱۴) \quad (1 - \mu) \alpha + 1 = (\mu) \Omega$$



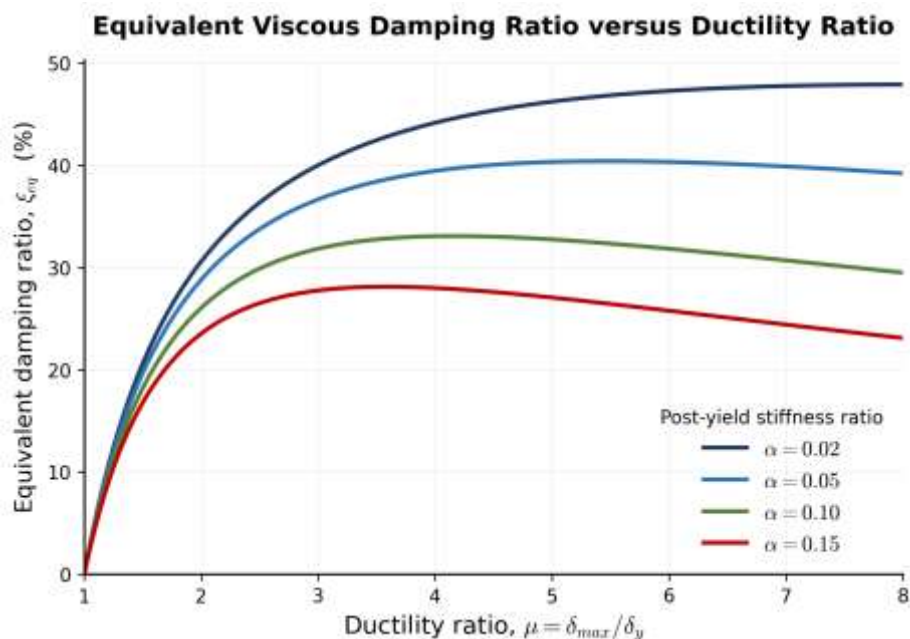
شکل ۱۲. تغییر ضریب مقاومت اضافی با شکل‌پذیری برای مقادیر مختلف نسبت سخت‌شوندگی، محاسبه‌شده از رابطه (۱۴). نمودار ۱۲ بوضوح نشان می‌دهد افزایش شکل‌پذیری تقاضا، اضافه‌مقاومت سازه‌ای را افزایش می‌دهد؛ شیب این افزایش مستقیماً به نسبت سخت‌شوندگی α وابسته است.

۸.۲. انرژی مستهلک‌شده و میرایی معادل

برای یک سیکل متقارن در مدل دوخطی، انرژی مستهلک‌شده در هر سیکل برابر است با:

$$E_d = (\alpha - 1)(\delta_y - \delta_{max})P_y \quad (15)$$

و نسبت میرایی ویسکوز معادل از نسبت انرژی مستهلک‌شده به انرژی ذخیره‌شده در سامانه الاستیک متناظر به دست می‌آید.

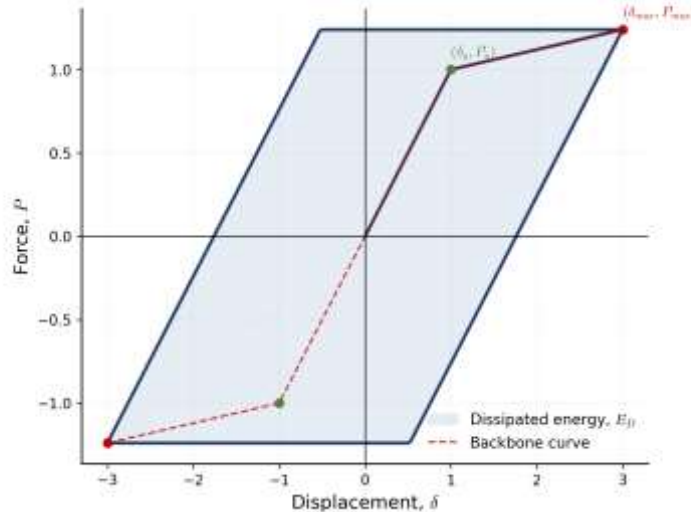


شکل ۱۳. تغییر نسبت میرایی ویسکوز معادل با شکل‌پذیری برای مقادیر مختلف نسبت سخت‌شوندگی.

یعنی میرایی معادل ابتدا با افزایش شکل‌پذیری رشد می‌کند و سپس در مقادیر μ بالا کاهش می‌یابد؛ این نقطه اوج یک نکته کاربردی

طراحی است.

Idealized Hysteresis Loop – Ductility ($\mu = \delta_{max}/\delta_y$), Overstrength (Ω) and Equivalent Damping (ξ_{eq})



شکل ۱۴. حلقه هیستریزیس ایده‌آل و رابطه میان شکل‌پذیری، مقاومت اضافی و انرژی مستهلک‌شده.

شکل ۱۴ نشان می‌دهد حلقه هیستریزیس ایده‌آل شده، مبنای تعریف هر سه شاخص شکل‌پذیری μ ، اضافه‌مقاومت Ω و میرایی معادل ξ_{eq} در یک نمودار واحد است.

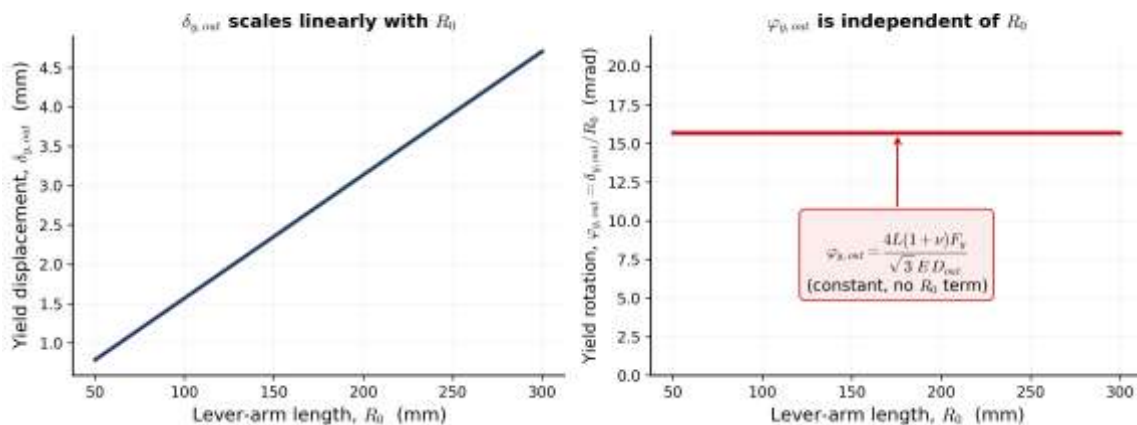
۹. استقلال زاویه دوران تسلیم از بازوی انتقال نیرو

با تعریف زاویه دوران تسلیم به صورت

$$R / \delta_y = \varphi_y \quad (۱۶)$$

و جایگذاری رابطه بسته تغییرمکان تسلیم، بازوی انتقال نیرو R به صورت جبری حذف می‌شود. بنابراین زاویه متناظر با آغاز تسلیم، برخلاف تغییرمکان مطلق تسلیم، مستقل از طول بازوی انتقال نیرو است. این خاصیت جبری که در اینجا برای روابط بسته اثبات شده، با مقایسه‌های عددی میان مدل‌های اجزای محدود دارای مقادیر مختلف R ، که برای هندسه واقعی متغیر در رساله مبنا گزارش شده نیز سازگار است [۱۰].

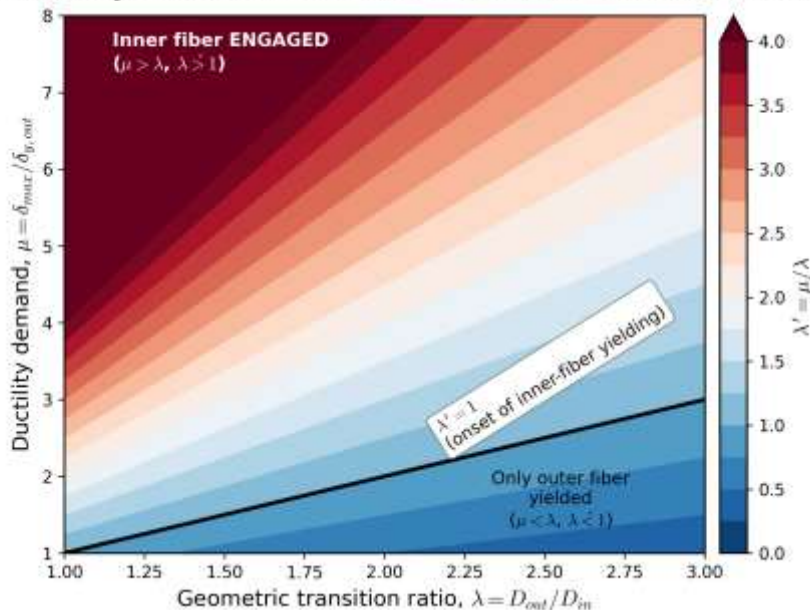
Cancellation of the Lever-Arm Length in the Yield-Rotation Relation



شکل ۱۵. مفهوم تغییرشکل هندسی و دوران سازوکار انتقال نیروی لینک قائم تحت بارگذاری.

شکل ۱۵ نشان می‌دهد طول بازوی اهرمی در محاسبه زاویه دوران تسلیم به طور کامل حذف می‌شود و این زاویه تنها به طول عضو و خواص مصالح وابسته است که این موضوع بعنوان یکی از یافته‌های پژوهش حاضر تلقی می‌شود.

Demand Ductility vs. Geometric Transition Ratio: Onset of Inner-Fiber Yielding



شکل ۱۶. تغییر زاویه های هندسی در برابر تغییر مکان نرمال شده.

همچنین، بر اساس شکل ۱۶ بعنوان یکی از یافته های کلیدی این پژوهش میتوان گفت تار داخلی مقطع تنها زمانی وارد ناحیه تسلیم می شود که شکل پذیری تقاضا μ از نسبت هندسی $\lambda = D_{in}/D_{out}$ فراتر رود.

۱۰. جمع بندی روابط اصلی بسته

جدول ۲. جمع بندی روابط بسته استخراج شده در بخش های ۴-۹.

کاربرد	رابطه	کمیت
مقطع ثابت — رابطه (۴)	$(L \cdot R^2 \sqrt{16}) / (D_{in} - D_{out}) \pi \pi G = k_i$	سختی اولیه
آغاز تسلیم تار خارجی — رابطه (۵)	$(D_{out} \cdot R \sqrt{16}) F_y (\alpha D_{in} - D_{out}) \pi \pi = out.P_y$	نیروی تسلیم
تار خارجی — رابطه (۶الف)	$(E D_{out} \sqrt{16}) F_y (\alpha + 1) \cdot L R^2 = out.\delta_y$	مرز اول تسلیم
تار داخلی — رابطه (۶ب)	$(E D_{in} \sqrt{16}) F_y (\alpha + 1) \cdot L R^2 = in.\delta_y$	مرز دوم تسلیم
پهنای ناحیه گذار — رابطه (۷)	$D_{in}/D_{out} = \lambda$	نسبت گذار
مقطع هرم ناقص — بخش ۶	$var.k_i$ (انتگرال انعطاف پذیری)	سختی هندسه متغیر
هندسه واقعی متغیر — رابطه (۱۰)	$var.k_i / var.P_y = var.\delta_y$	تغییر مکان تسلیم هندسه متغیر
یک سیکل متقارن — رابطه (۱۵)	$(\alpha - 1) (\delta_y - \delta_{max}) P_y \epsilon = E d$	انرژی مستهلک شده
شاخه پس از تسلیم — رابطه (۱۳ب)	$(1 - \delta_y / \delta_{max}) \alpha + 1 = P_y / P$	پاسخ بی بعد

۱۱. بحث

روابط بسته استخراج شده در بخش های ۴-۹ توصیفی سازگار و بی بعد از سختی الاستیک، ظرفیت تسلیم و پاسخ پس از تسلیم لینک های قائم هرم ناقص ارائه می دهند و نظریه لینک با مقطع ثابت را از طریق انتگرال گیری مستقیم انعطاف پذیری عضو، به یک هندسه پیوسته مخروطی تعمیم می دهند. مقایسه ارائه شده در بخش ۶ نشان می دهد که نادیده گرفتن مخروطی شدگی (با استفاده از ایده آل سازی قطر میانگین) برای برآورد سختی غیر اطمینان بخش (غیر محافظه کارانه) است، زیرا رابطه $avg.k_i / var.k_i \geq 1$ در سراسر محدوده پارامتری بررسی شده برقرار بود.

غربالگری مستقل تک‌عضوی اجزای محدود که در بخش ۴ جمع‌بندی شد، پشتیبانی کیفی و در سطح شکل‌پذیری از دو انتخاب مدل‌سازی بخش ۳ و بخش‌های ۴-۵ فراهم می‌کند: میدان‌های تنش و کرنش پلاستیک معادل نمونه هرم ناقص دایروی در یک مقطع بحرانی انتهایی متمرکز شدند، سازگار با معیار تسلیم مقطع بحرانی بخش ۵، و نمونه یک نسبت شکل‌پذیری پایدار ($\mu \approx 2.5$) هم‌مرتبه با محدوده شکل‌پذیری منحنی اسکلت دوطبقی بخش ۷ برای نسبت‌های سختی پس از تسلیم متداول نشان داد.

۱۲. محدودیت‌ها و دامنه اعتبار

- فرمول‌بندی یک مصالح الاستوپلاستیک دوطبقی با سخت‌شوندگی جنبشی را فرض می‌کند؛ اثرات نرخ کرنش، زوال چرخه‌ای و خستگی کم‌چرخه در آن لحاظ نشده است.
- روابط سینماتیکی مرتبط‌کننده نیرو، گشتاور و تغییرمکان، تغییرشکل‌های کوچک را فرض می‌کنند، به‌طوری‌که تغییر طول بازوی مؤثر انتقال نیرو طی تغییرشکل نادیده گرفته می‌شود.
- قطر داخلی در امتداد ارتفاع لینک ثابت فرض شده است؛ کاربرد برای لینک‌هایی با تغییر همزمان قطر داخلی و خارجی نیازمند بازبینی انتگرال انعطاف‌پذیری بخش ۶ است.
- استفاده کمی از روابط هندسه متغیر (بخش ۵) نیازمند ابعاد واقعی ساخت لینک است؛ جایگزینی ابعاد اسمی یا میانگین، تقریب کمی‌شده در بخش ۶ را بازمی‌گرداند.
- نمونه غربالگری اجزای محدود مستقل بحث‌شده در بخش ۴ با ضخامت جداره ثابت ساخته شده بود (به‌طوری‌که قطرهای خارجی و داخلی هم‌زمان مخروطی می‌شوند)، در حالی که بخش‌های ۴ و ۵ روابط بسته را برای قطر داخلی ثابت با قطر خارجی مخروطی استخراج کرده‌اند. این دو زیرحالت متمایز از مسئله عمومی مقطع حلقوی مخروطی هستند؛ نتایج عددی بخش ۴ نباید به‌عنوان بررسی کمی مستقیم روابط (۴) و (۱۰) تلقی شوند تا زمانی که انتگرال انعطاف‌پذیری برای زیرحالت ضخامت جداره ثابت بازاستخراج شود.

۱۳. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

- یک چارچوب تحلیلی بسته برای سختی اولیه، ظرفیت تسلیم و پاسخ پس از تسلیم لینک قائم فولادی با هندسه هرم ناقص توسعه داده شد که نظریه لینک با مقطع ثابت را از طریق انتگرال‌گیری انعطاف‌پذیری عضو تعمیم می‌دهد.
- آغاز تسلیم لینک با هندسه متغیر توسط مقطع بحرانی (کمینه قطر) کنترل می‌شود؛ در نتیجه استفاده از قطر میانگین برای برآورد ظرفیت تسلیم مبنای تحلیلی سازگاری ندارد.
- پاسخ اسکلت بی بعد نشان می‌دهد که پس از نرمال‌سازی، نسبت سختی پس از تسلیم α پارامتر اصلی کنترل‌کننده شکل شاخه پس از تسلیم است.
- روابط استخراج‌شده برای انرژی مستهلک‌شده و میرایی ویسکوز معادل امکان ارزیابی عملکرد لینک در محدوده‌ای از شکل‌پذیری‌های تقاضا را با استفاده از روابط بسته فراهم می‌کنند.
- نشان داده شد که زاویه دوران تسلیم، به‌صورت جبری، مستقل از بازوی انتقال نیرو R است، برخلاف تغییرمکان مطلق تسلیم — خاصیتی با تفسیر مستقیم در ارزیابی ظرفیت بر مبنای دوران.
- ارزیابی پارامتریک روابط بسته، رابطه $1 \geq \text{avg}_{ki}/\text{var}_{ki}$ را در محدوده نمونه‌برداری‌شده نسبت‌های مخروطی‌شدگی نشان می‌دهد؛ این نتیجه باید به‌عنوان خاصیتی از مدل تحلیلی استخراج‌شده در این مقاله تلقی شود، نه یک ضریب تجربی عمومی.

- دامنه پژوهش حاضر به استخراج بسته و صحت‌سنجی درونی محدود است؛ اعتبارسنجی مستقل در برابر داده‌های اجزای محدود و/یا آزمایشگاهی پیش از استفاده از این چارچوب در طراحی نهایی ضروری است و به‌عنوان گام بعدی فوری پیشنهاد می‌شود.

۱۴. کارهای آینده

غربالگری مستقل اجزای محدود بخش ۴ هم‌اکنون مقادیر هدف مشخصی برای نمونه هرم ناقص دایروی فراهم می‌کند ($0 \leq K \leq 0.17$). کیلونیوتن بر میلی‌متر، $\mu \approx 2.50$ ، انرژی مستهلک‌شده ≈ 3.23 کیلونیوتن‌متر) که روابط بسته می‌توانند پس از رفع دو مورد باقی‌مانده در برابر آن‌ها بررسی شوند: (i) بازاستخراج انتگرال انعطاف‌پذیری بخش ۵ برای زیرحالت ضخامت جداره ثابت استفاده‌شده در آن نمونه، به‌جای زیرحالت قطر داخلی ثابت بررسی‌شده در این مقاله، و (ii) بازیابی یا بازتعیین بازوی مؤثر انتقال نیروی R که از شرایط مرزی مدل اجزای محدود استنباط می‌شود. با در دست داشتن این دو مورد، k_i ، P_y و δy بسته را می‌توان مستقیماً در برابر مقادیر K ، μ و E_d گزارش‌شده در بخش ۴ ارزیابی کرد. فراتر از این بررسی مشخص، یک مطالعه پارامتریک نظام‌مند از اثر نسبت قطر پایین به بالا، ارتفاع لینک، ضخامت جداره و تغییرات قطر داخلی بر پاسخ بی بعد پیشنهاد می‌شود.

تعارض منافع

در انجام مطالعه حاضر، هیچ‌گونه تضاد منافی وجود ندارد.

مشارکت نویسندگان

در نگارش این مقاله تمامی نویسندگان نقش یکسانی ایفا کردند.

موازین اخلاقی

در انجام این پژوهش تمامی موازین و اصول اخلاقی رعایت گردیده است.

شفافیت داده‌ها

داده‌ها و مآخذ پژوهش حاضر در صورت درخواست از نویسنده مسئول و ضمن رعایت اصول کپی رایت ارسال خواهد شد.

حامی مالی

این پژوهش حامی مالی نداشته است.

References

- [1] Popov, E. P., Kasai, K., & Engelhardt, M. D. (1987). Advances in design of eccentrically braced frames. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, 20(1), 22–29.
- [2] Kasai, K., & Popov, E. P. (1986). General behavior of WF steel shear link beams. Journal of Structural Engineering, 112(2), 362–382.
- [3] Mohsenian, V., et al. (2020/2021). Seismic reliability analysis of steel moment-resisting frames retrofitted by vertical link elements using combined series-parallel system approach. Bulletin of Earthquake Engineering. (Online first November 2020).

- [4] Ashtari, A., & Erfani, S. (2016). An analytical model for inelastic cyclic response of eccentrically braced frame with vertical shear link (V-EBF). *Case Studies in Structural Engineering*, 6, 31–44.
- [5] Ashtari, A., & Erfani, S. (2016). An analytical model for shear links in eccentrically braced frames. *Steel and Composite Structures*, 22(3), 627–645.
- [6] Berman, J. W., & Bruneau, M. (2007). Experimental and analytical investigation of tubular links for eccentrically braced frames. *Engineering Structures*, 29(8), 1929–1938.
- [7] Zheng, J., Li, A., & Guo, T. (2015). Analytical and experimental study on mild steel dampers with non-uniform vertical slits. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 14(1), 111–123.
- [8] Seismic resilience of steel-braced frames incorporating steel slit dampers: A review and comparative numerical analysis. (2024). *Civil Engineering Journal*, 10(4).
- [9] Chen, C. C., & Lin, C. C. (2013). Seismic performance of steel beam-to-column moment connections with tapered beam flanges. *Engineering Structures*, 48, 588–601.
- [10] Noor anian, H. (in preparation). Nonlinear behavior of steel vertical links with truncated-pyramidal geometry [Doctoral dissertation, analytical and finite-element chapter]. Islamic Azad University, Semnan Branch.